НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ УКРАИНЫ

«КПИ»

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

# Кафедра специализированных компьютерных систем

### РАСЧЁТНАЯ ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

### *по дисциплине "Дискретная математика"*

Выполнил: Турчанинов Г.И.

Группа: КВ-22

Номер зачетной книжки: КВ-2219

Вариант: 28

2 семестр 2012/2013 уч. года

# Задание №1

Решить уравнение в алгебре отношений. При решении использовать алгебраический метод. В качестве неизвестного принимается множество, обозначенное символом В.

**Базовое уравнение**: 

**Где значение:** 

(Символ означает операцию «симметрическая разность»)

### Решение:

Упростим базовое уравнение:















**Подставим:** 

















**При:** 



**Ответ:** 

# Задание №2

Граф задан матрицей смежности:

R=

Представим орграф графически:

X2

X1

X3

X8

X4

X7

X5

X6

## Выполнить разложение орграфа на компоненты сильной связности методом Мальгранжа - Томеску

### Решение:

Дополняем матрицу смежности R слева столбцом прямого транзитивного замыкания  и снизу строкой обратного транзитивного замыкания .

Заполняем их по определенному алгоритму и находим компоненты сильной связности **C(xi)** по формуле: **.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |  |  |
| **1** |  |  |  |  |  | **1** | **1** |  |  | **0** |
| **2** | **1** | **1** |  | **1** | **1** | **1** |  |  |  | **2** |
| **3** |  | **1** | **1** |  | **1** |  |  |  |  | **4** |
| **4** | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** |  |  |  | **3** |  |
| **5** |  | **1** |  |  | **1** |  |  | **1** |  | **2** |
| **6** | **1** | **1** |  |  | **1** |  | **1** |  |  | **1** |
| **7** |  |  |  |  | **1** |  |  |  |  | **1** |
| **8** |  |  |  |  | **1** |  |  |  |  | **3** |
|  | |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **0** | **1** | **2** | **1** | **2** | **1** | **3** | **3** |

****

****

## 2.2 Найти методами Магу все внутренне устойчивые множества вершин графа, все внешне устойчивые множества вершин графа, ядра графа.

### Решение:

Найдем все внутренне устойчивые множества вершин графа методом Магу:

(1∨67)(2∨1456)(3∨25)(4∨12356)(5∨28)(6∨1257)(7∨5)(8∨5)=(12∨1456∨267∨

∨~~1457~~)(34∨12356∨245∨~~12356~~)(56∨1257∨268∨~~12578~~)(78∨~~57~~∨~~58~~∨5)=

=(1234∨12356∨1245∨13456∨~~123456~~∨~~12456~~∨23467∨~~123567~~∨24567)(~~5678~~∨

∨56∨~~12578~~∨1257∨2678∨~~2568~~)=~~123456~~∨~~123457~~∨~~1234678~~∨12356∨~~123567~~∨

∨~~1235678~~∨12456∨12457∨~~1245678~~∨13456∨~~1234567~~∨~~12345678~~∨~~234567~~∨

∨~~1234567~~∨234678∨24567∨~~124567~~∨~~245678~~=12356∨12456∨12457∨13456∨

∨234678∨24567

Ответ:

Инвертируя каждое полученное множество, получим внутренне устойчивые множества:

**{ x4,x7,x8 }; { x3,x7,x8 }; { x3,x6,x8 }; {x2,x7,x8}; {x1,x5}; {x1,x3,x8}.**

Число внутренней устойчивости графа **α(G)=3.**

Найдем все внешне устойчивые множества вершин графа методом Магу:

(~~1∨2∨4∨6~~)(~~2∨3∨4∨5∨6~~)(3∨4)(4∨2)(~~5∨2∨3∨4∨6∨7∨8~~)(~~6∨1∨2∨4~~)(7∨1∨6)(8∨5)=

**=**(~~34~~∨23∨4∨~~24~~)(78∨57∨18∨15∨68∨56)**=**2378∨2357∨1238∨1257∨2368∨2356∨

∨478∨457∨148∨145∨468∨456

Ответ:

Внешне устойчивые множества:

**{ x2,x3,x7,x8 }; { x2,x3,x5,x7 }; { x1,x2,x3,x8 }; { x1,x2,x3,x5}; { x2,x3,x6,x8 };**

**{ x2,x3,x5,x6}; { x4,x7,x8 }; { x4,x5,x7 }; { x1,x4,x8 }; { x1,x4,x5 }; { x4,x6,x8 };**

**{ x4,x5,x6 };**

Число внешне устойчивости графа **β(G)=3.**

**Ядро** графа: **{ x4,x7,x8 } – одновременно** максимально внутренне устойчивое множество вершин графа, и минимально внешне устойчивое множество вершин графа)

## Найти цикломатическое число и построить матрицу фундаментальных циклов графа. Построить три нефундаментальных цикла графа.

### Решение:

Перейдём от орграфа к неографу и зададим его графически.

X2

X1

X8

X3

X4

X7

X5

X6

Рёбра, не входящие в остов, нарисуем тонкой линией и пронумеруем все ребра графа: вначале не входящие в остов, а затем остовые.

17

16

15

14

13

12

11

9

10

8

7

6

5

4

3

2

1

X6

X5

X7

X8

X1

X2

X3

X4

**Цикломатическое число ν(G)=m-n+1=17-8+1=10,**

**где m —** количество ребер неографа**, n** — количество вершин неографа.

(**m-n+1** — число рёбер, не вошедших в остов , а также количество фундаментальных циклов)

⇒Максимальное количество фундаментальных циклов графа равно **ν(G)=10,** а максимальное количество всех циклов графа равно **2ν(G)-1=1023**.

# Матрица фундаментальных циклов графа:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| Φ1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  |  |  |  |
| Φ2 |  | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 1 |  |  |  |  |
| Φ3 |  |  | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  | 1 |  |
| Φ4 |  |  |  | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  | 1 | 1 |
| Φ5 |  |  |  |  | 1 |  |  |  |  |  | 1 |  |  |  |  | 1 | 1 |
| Φ6 |  |  |  |  |  | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 | 1 |
| Φ7 |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  |
| Φ8 |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  |  | 1 |  |  |  | 1 |  |
| Φ9 |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 1 | 1 |  |  |  |  |  |
| Φ10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  |  |  |  | 1 |  |

# Три нефундаментальных цикла графа:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | |
| Φ1⊕Ф5 | 1 |  |  |  | 1 |  |  |  |  |  | 1 | 1 | 1 |  |  | 1 | 1 |
| Φ2⊕Ф7 |  | 1 |  |  |  |  | 1 |  |  |  | 1 |  | 1 |  | 1 | 1 |  |
| Φ3⊕Ф10 |  |  | 1 |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  | 1 |  |  |  |  |

Изобразим их графически:

1

Φ1⊕Ф5:

16

5

13

17

12

11

# Φ2⊕Ф7:

2

13

15

7

11

16

# Φ3⊕Ф10:

3

13

10

11

## Построить матрицу фундаментальных разрезов графа. Построить три нефундаментальных разреза графа.

### Решение:

Перейдём от орграфа к неографу. Зададим его графически. При этом рёбра, не входящие в остов, нарисуем тонкой линией и пронумеруем все ребра графа: вначале не входящие в остов, а затем остовые.

4

X1

X2

5

1

2

X8

6

3

17

13

X3

9

8

12

14

X4

10

15

X7

7

11

16

X5

X6

Так как граф содержит **n=8** вершин, то фундаментальных разрезов будет **n-1=7**.

**Матрица фундаментальных разрезов графа:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| K1 |  | 1 |  |  | 1 |  |  |  | 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |
| K2 | 1 |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  |  | 1 |  |  |  |  |  |
| K3 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  |  |  |
| K4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  |  |
| K5 |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  |
| K6 |  |  | 1 |  |  |  | 1 | 1 |  | 1 |  |  |  |  |  | 1 |  |
| K7 |  |  |  | 1 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |

**Матрица трёх нефундаментальных разрезов графа:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | |
| K1⊕K5 |  | 1 |  |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 |  |  |  | 1 |  |  |
| K2⊕K4 | 1 |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  |  | 1 |  | 1 |  |  |  |
| K3⊕K6 | 1 | 1 |  | 1 |  |  | 1 | 1 |  | 1 |  |  | 1 |  |  | 1 |  |

Изобразим три нефундаметальных разреза графически:

X1

X2

K1⊕K5:

2

X3

5

6

9

X7

X4

10

15

7

11

X6

X5

X2

# K2⊕K4:

1

X8

X3

8

14

9

12

X4

X6

X5

# K3⊕K6:

X1

X2

4

1

X3

2

X7

13

8

X4

7

10

X6

X5

16

## Произвести раскраску вершин графа, используя функцию Гранди

### Решение:

Функция G(x) – функция Гранди, если в каждой вершине графа значение является наименьшим целым положительным числом, которое не принадлежит множеству чисел в смежных с вершиной вершинах .

Перейдём от орграфа к неографу и раскрасим его с помощью функции Гранди:

1. выбрать на графе (произвольную) вершину;
2. покрасить её в цвет, номер которого наименьший;
3. выбрать вершину, смежную с покрашенной, и закрасить её в цвет, номер которого минимален и не равен номеру цвета покрашенной вершины;
4. искать, если это возможно, вершину, которая смежна с покрашенными (двумя) и закрасить её цветом, номер которого минимален и не равен цвету смежных покрашенных вершин;
5. продолжать аналогично действия п.4, пока это возможно;
6. продолжать красить вершины согласно п.1-п.5, которые остались.
7. Указать последовательность раскраски!

2

1

X2

X1

1

1

X8

X3

4

2

X4

X7

X5

3

5

X6

Последовательность раскраски: x1,x2,x6,x4,x7,x8,x5,x3.

## Найти методом точного поиска хроматическое число графа.

### Решение:

Перейдём от орграфа к неографу и построим для его матрицу смежности **R**:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 |  | **1** |  | **1** |  | **1** | **1** |  |
| 2 | **1** |  | **1** | **1** | **1** | **1** |  |  |
| **R=** | 3 |  | **1** |  | **1** | **1** | **1** |  |  |
| 4 | **1** | **1** | **1** |  | **1** | **1** |  |  |
| 5 |  | **1** | **1** | **1** |  | **1** | **1** | **1** |
|  | 6 | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** |  | **1** |  |
| 7 | **1** |  |  |  | **1** | **1** |  |  |
| 8 |  |  |  |  | **1** |  |  |  |

Так как матрица симметрична относительно главной диагонали, то выражение для определения всех внутренне устойчивых множеств можно находить для половины матрицы. Найдем по методу Магу все **Φi** , которые содержат вершины, не принадлежащие максимальным внутренне устойчивым множествам **Si**. Запишем:

(1∨2467)(2∨3456)(3∨456)(4∨56)(5∨678)(6∨7)=(12∨13456∨2467∨~~234567~~)(34∨

∨356∨456∨~~456~~)(56∨57∨678∨~~678~~)=(1234∨12356∨12456∨~~13456~~∨~~13456~~∨

∨13456∨23467∨~~234567~~∨24567)(56∨57∨678)=~~123456~~∨123457∨~~1234678~~∨

∨12356∨~~123567~~∨~~1235678~~∨12456∨~~124567~~∨~~1245678~~∨13456∨~~134567~~∨

∨~~1345678~~∨~~234567~~∨~~234567~~∨234678∨24567∨~~24567~~∨~~245678~~=123457∨

∨12356∨12456∨13456∨234678∨24567

Φ1={x1,x2,x3,x4,x5,x7}, Φ2={x1,x2,x3,x5,x6}, Φ3={x1,x2,x4,x5,x6}, Φ4={x1,x3,x4,x5,x6}, Φ5={x2,x3,x4,x6,x7,x8}, Φ6={x2,x4,x5,x6,x7}.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 |  | Φ5, Φ6 |
| 2 | Φ4 |
| 3 | Φ3, Φ6 |
| **Вершины xi** | 4 | **∉** | Φ2 |
| 5 | Φ5 |
|  | 6 |  | Φ1 |
| 7 | Φ2,Ф3,Ф4 |
| 8 | Φ1, Φ2, Ф3, Ф4, Ф6 |
|  |  |  |  |

Для ∀вершины запишем выражение **yj∨yk∨…yn=1** и найдем конъюнкцию этих всех выражений: (цифра это **yi**)

# 1245(5∨6)(3∨6)(2∨3∨4)(1∨2∨3∨4∨6)=1245(53∨6)(2∨3∨4)=1245(~~532~~∨53∨~~345~~∨

# ∨62∨63∨46)=12345∨12456∨~~123456~~∨~~12456~~=12345∨12456

# 

Выбираем любое Ψi , которое содержит минимальное число букв:

Ψ1={ y1y2y3y4y5 } содержит 5 букв ⇒ хроматическое число **γ(G)=5**.

Далее запишем для раскраски графа следующее:

y1 → Φ1={x1, x2,x3,x4,x5,x7}⇒**S1={x6, x8}** —

эти вершины окрашиваем в цвет “1”

y2 → Φ2={x1,x2,x3,x5,x6}⇒**S2={x4, x7, x8}** ⇒{**x4,x7**} —

эту вершину окрашиваем в цвет “2”

y3 → Φ3={x1,x2,x4,x5,x6}⇒**S3={x3, x7, x8}** ⇒{**x3**} —

эти вершины окрашиваем в цвет “3”

y4 → Φ4={x1,x3,x4,x5,x6}⇒**S4={x2, x7, x8}** ⇒{**x2**} —

эту вершину окрашиваем в цвет “4”

y5 → Φ5={x2,x3,x4,x6,x7,x8}⇒**S5={x1, x5}** —

эти вершины окрашиваем в цвет “5”

4

5

X2

X1

1

3

X8

X3

2

X4

2

X7

5

X5

1

X6

# Задание №3

Решить задачу коммивояжера для данной матрицы расстояний.

(Задача коммивояжера:

Коммивояжер должен выехать из заданного города, объехать все остальные города и вернуться назад по кратчайшему маршруту.)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | \* | 25 | 30 | 14 | 20 | 18 | 46 | 9 |
| 2 | 35 | \* | 17 | 42 | 61 | 72 | 8 | 18 |
| 3 | 27 | 9 | \* | 15 | 21 | 27 | 39 | 18 |
| 4 | 16 | 31 | 63 | \* | 72 | 42 | 42 | 81 |
| 5 | 27 | 12 | 18 | 65 | \* | 45 | 15 | 36 |
| 6 | 16 | 10 | 32 | 25 | 42 | \* | 12 | 31 |
| 7 | 22 | 43 | 94 | 21 | 18 | 28 | \* | 17 |
| 8 | 22 | 50 | 16 | 28 | 30 | 27 | 52 | \* |

### Решение:

В клетку с индексом ***ii*** ставим символ \***.** Затем с помощью процедуры редукции сначала производим приведение матрицы по строкам, а потом — по столбцам.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |  |  | |  |
| 1 | \* | 16 | 21 | 5 | 11 | 9 | 37 | 0 |  | 9 | |  |
| 2 | 27 | \* | 9 | 34 | 53 | 64 | 0 | 10 |  | 8 | |
| 3 | 18 | 0 | \* | 6 | 12 | 18 | 30 | 9 |  | 9 | |
| 4 | 0 | 15 | 47 | \* | 56 | 26 | 26 | 65 |  | 16 | |
| 5 | 15 | 0 | 6 | 53 | \* | 33 | 3 | 24 |  | 12 | |
| 6 | 6 | 0 | 22 | 15 | 32 | \* | 2 | 21 |  | 10 | |
| 7 | 5 | 26 | 77 | 4 | 1 | 11 | \* | 0 |  | 17 | |
| 8 | 6 | 34 | 0 | 12 | 14 | 11 | 36 | \* |  | 16 | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | ∑=97 | | |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |  | |  | | |
| 1 | \* | 16 | 21 | 1 | 10 | 0 | 37 | 0 |
| 2 | 27 | \* | 9 | 30 | 52 | 55 | 0 | 10 |
| 3 | 18 | 0 | \* | 2 | 11 | 9 | 30 | 9 |
| 4 | 0 | 15 | 47 | \* | 55 | 17 | 26 | 65 |  | | |
| 5 | 15 | 0 | 6 | 49 | \* | 24 | 3 | 24 |
| 6 | 6 | 0 | 22 | 11 | 31 | \* | 2 | 21 | Все маршруты, найденные в ходе решения, больше либо равны 111 | | |
| 7 | 5 | 26 | 77 | 0 | 0 | 2 | \* | 0 |
| 8 | 6 | 34 | 0 | 8 | 13 | 2 | 36 | \* |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 0 | 0 | 4 | 1 | 9 | 0 | 0 | ∑=111 | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Нулевая  клетка | **Число вычитаемое из** | | **∑** |  |
| строки | столбца |
| (1,6) | 0 | 2 | 2 |
| (1,8) | 0 | 0 | 0 |
| (2,7) | 9 | 2 | 11 |
| (3,2) | 2 | 0 | 2 |
| (4,1) | 15 | 5 | 20 | **⇒4→1** |
| (5,2) | 3 | 0 | 3 | Из города 4 едет в 1 |
| (6,2) | 2 | 0 | 2 |
| (7,4) | 0 | 1 | 1 |
| (7,5) | 0 | 10 | 10 |
| (7,8) | 0 | 0 | 0 |
| (8,3) | 2 | 6 | 8 |

Вычеркиваем строку 4 и столбец 1, а в клетку **(1,4)** ставим символ **\***.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 16 | 21 | \* | 10 | 0 | 37 | 0 |
| 2 | \* | 9 | 30 | 52 | 55 | 0 | 10 |
| 3 | 0 | \* | 2 | 11 | 9 | 30 | 9 |
| 5 | 0 | 6 | 49 | \* | 24 | 3 | 24 |
| 6 | 0 | 22 | 11 | 31 | \* | 2 | 21 |
| 7 | 26 | 77 | 0 | 0 | 2 | \* | 0 |
| 8 | 34 | 0 | 8 | 13 | 2 | 36 | \* |

∑=111

Так как данную матрицу привести невозможно, строим таблицу нулевых клеток.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Нулевая  клетка | **Число вычитаемое из** | | **∑** |  |
| строки | столбца |  |
| (1,6) | 0 | 2 | 2 |  |
| (1,8) | 0 | 0 | 0 |  |
| (2,7) | 9 | 2 | 11 |  |
| (3,2) | 2 | 0 | 2 | Из города **2** едет в **7** |
| (5,2) | 3 | 0 | 3 | **⇒2→7 , 4→1** |
| (6,2) | 2 | 0 | 2 |  |
| (7,4) | 0 | 2 | 2 |  |
| (7,5) | 0 | 10 | 10 |
| (7,8) | 0 | 0 | 0 |
| (8,3) | 2 | 6 | 8 |

Вычеркиваем строку 2 и столбец 7, а в клетку **(7,2)** ставим символ **\***.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 |
| 1 | 16 | 21 | \* | 10 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | \* | 2 | 11 | 9 | 9 |
| 5 | 0 | 6 | 49 | \* | 24 | 24 |
| 6 | 0 | 22 | 11 | 31 | \* | 21 |
| 7 | \* | 77 | 0 | 0 | 2 | 0 |
| 8 | 34 | 0 | 8 | 13 | 2 | \* |

∑=111

Так как данную матрицу привести невозможно, строим таблицу нулевых клеток.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Нулевая  клетка | **Число вычитаемое из** | | **∑** |  |
| строки | столбца |  |
| (1,6) | 0 | 2 | 2 |  |
| (1,8) | 0 | 0 | 0 |  |
| (3,2) | 2 | 0 | 2 | Из города **6** едет в **2** |
| (5,2) | 6 | 0 | 6 | **⇒6→2→7 , 4→1** |
| (6,2) | 11 | 0 | 11 |  |
| (7,4) | 0 | 2 | 2 |  |
| (7,5) | 0 | 10 | 10 |
| (7,8) | 0 | 0 | 0 |
| (8,3) | 2 | 6 | 8 |

Вычеркиваем строку 6 и столбец 2, а в клетку **(7,6)** ставим символ \*(избегаем зацикливания **6→2→7).**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 |
| 1 | 21 | \* | 10 | 0 | 0 |
| 3 | \* | 2 | 11 | 9 | 9 |
| 5 | 6 | 49 | \* | 24 | 24 |
| 7 | 77 | 0 | 0 | \* | 0 |
| 8 | 0 | 8 | 13 | 2 | \* |

Производим приведение матрицы по строкам.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 |  |  |  |
| 1 | 21 | \* | 10 | 0 | 0 |  | 0 |  |
| 3 | \* | 0 | 9 | 7 | 7 |  | 2 |
| 5 | 0 | 43 | \* | 18 | 18 |  | 6 |
| 7 | 77 | 0 | 0 | \* | 0 |  | 0 |
| 8 | 0 | 8 | 13 | 2 | \* |  | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  | ∑=119 | |

Так как данную матрицу привести по столбцам невозможно, строим таблицу нулевых клеток.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Нулевая  клетка | **Число вычитаемое из** | | **∑** |  |
| строки | столбца |  |
| (1,6) | 0 | 2 | 2 |  |
| (1,8) | 0 | 0 | 0 |  |
| (3,4) | 7 | 0 | 7 | Из города **5** едет в **3** |
| (5,3) | 18 | 0 | 18 | **⇒6→2→7 , 4→1,** |
| (7,4) | 0 | 0 | 0 | **5→3** |
| (7,5) | 0 | 9 | 0 |
| (7,8) | 0 | 0 | 0 |
| (8,3) | 0 | 2 | 2 |

Вычеркиваем строку 5 и столбец 3, а в клетку **(3,5)** ставим символ **\***.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 4 | 5 | 6 | 8 |
| 1 | \* | 10 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | \* | 7 | 7 |
| 7 | 0 | 0 | \* | 0 |
| 8 | 8 | 13 | 2 | \* |

Производим приведение матрицы по строкам.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 4 | 5 | 6 | 8 |  |  |  |
| 1 | \* | 10 | 0 | 0 |  | 0 |  |
| 3 | 0 | \* | 7 | 7 |  | 0 |
| 7 | 0 | 0 | \* | 0 |  | 0 |
| 8 | 6 | 11 | 0 | \* |  | 2 |
|  |  |  |  |  |  | ∑=121 | |

Так как данную матрицу привести по столбцам невозможно, строим таблицу нулевых клеток.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Нулевая  клетка | **Число вычитаемое из** | | **∑** |  |
| строки | столбца |  |
| (1,6) | 0 | 2 | 2 |  |
| (1,8) | 0 | 0 | 0 |  |
| (3,4) | 7 | 0 | 7 | Из города **7** едет в **5** |
| (7,4) | 0 | 0 | 0 | **⇒6→2→7→5→3 , 4→1,** |
| (7,5) | 0 | 10 | 10 |
| (7,8) | 0 | 0 | 0 |
| (8,6) | 6 | 0 | 6 |

Вычеркиваем строку 7 и столбец 5, а в клетку **(3,6)** ставим символ \*(избегаем зацикливания **6→2→7→5→3).**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 4 | 6 | 8 |
| 1 | \* | 0 | 0 |
| 3 | 0 | \* | 7 |
| 8 | 6 | 0 | \* |

∑=121

Так как данную матрицу привести невозможно, строим таблицу нулевых клеток.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Нулевая  клетка | **Число вычитаемое из** | | **∑** |  |
| строки | столбца |  |
| (1,6) | 0 | 0 | 0 |  |
| (1,8) | 0 | 7 | 7 | Из города 7 едет в 5 |
| (3,4) | 7 | 6 | 13 | **⇒6→2→7→5→3→** |
| (8,6) | 6 | 0 | 6 | **→4→1,** |

Вычеркиваем строку 3 и столбец 4, а в клетку **(1,6)** ставим символ \*(избегаем зацикливания **6→2→7→5→3→4→1).**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 6 | 8 |
| 1 | \* | 0 |
| 8 | 0 | \* |

9

16

15

18

18

8

10

**       **

27

Кратчайший маршрут коммивояжера (121):

Путь: 10+8+18+18+15+16+9+27=121